



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

An Ardteistiméireacht 2022

**Aistriúchán
Ar Scéim Mharcála**

Matamaitic Fheidhmeach

Ardleibhéal

Nóta do mhúinteoirí agus do scoláirí faoi úsáid na scéimeanna marcála foilsithe

Níl na scéimeanna marcála a fhoilsíonn Coimisiún na Scrúduithe Stáit ceaptha lena n-úsáid mar cháipéisí astu féin. Is áis riachtanach iad ag scrúdaitheoirí a théann faoi oiliúint i léirléamh agus i gcur i bhfeidhm ceart na scéime. Mar chuid den oiliúint sin, as measc rudaí eile, déantar samplaí d'obair na scoláirí a mharcáil agus déantar plé ar na marcanna a bhronntar, mar mhaithe le cur i bhfeidhm ceart na scéime a shoiléiriú. Déanann Scrúdaitheoirí Comhairleacha monatóireacht ar obair na scrúdaitheoirí ina dhiaidh sin le cinntiú go gcuirtear an scéim mharcála i bhfeidhm go comhleanúnach agus go beacht. Bíonn an Príomhscrúdaitheoir i bhfeighil an phróisis agus is gnách go mbíonn Príomhscrúdaitheoir Comhairleach ag cuidiú leis. Is é an Príomhscrúdaitheoir an t-údarás deiridh i dtaca le cé acu a cuireadh an scéim mharcála i bhfeidhm i gceart ar aon phíosa d'obair iarrthóra nó nár cuireadh.

Is cáipéisí oibre na scéimeanna marcála. Cé go n-ullmhaítear dréachtscéim mharcála roimh an scrúdú, ní chuirtear bailchríoch uirthi go dtí go gcuireann scrúdaitheoirí i bhfeidhm ar obair iarrthóirí í agus go dtí go mbailítear agus go meastar an t-aiseolas ó na scrúdaitheoirí uile, i bhfianaise raon iomlán na bhfreagraí a thug na hiarrthóirí, leibhéal foriomlán deacrachta an scrúdaithe agus an ghá le comhleanúnachas caighdeán a choimeád ó bhliain go bliain. Aistriúchán ar an scéim chríochnaithe atá sa cháipéis fhoilsithe seo, mar a cuireadh i bhfeidhm ar obair na n-iarrthóirí uile í.

Is cóir a nótáil i gcás scéimeanna ina bhfuil freagraí nó réitigh eiseamláireacha nach bhfuil sé i gceist a chur in iúl go bhfuil na freagraí ná na réitigh sin uileghabhálach. D'fhéadfadh sé go bhfuil leaganacha éagsúla nó malartacha ann a bheadh inghlactha freisin. Ní mór do na scrúdaitheoirí tuilleanas gach freagra a mheas agus téann siad i gcomhairle lena Scrúdaitheoirí Comhairleacha nuair a bhíonn amhras orthu.

Scéimeanna Marcála san am atá le teacht

Ní cóir talamh slán a dhéanamh d'aon rud a bhaineann le scéimeanna marcála san am atá le teacht bunaithe ar scéimeanna a bhí ann cheana. Cé go mbíonn na bunphrionsabail mheasúnachta mar an gcéanna, is féidir go mbeadh athrú ar shonraí marcála cineál áirithe ceiste i gcomhthéacs na páirte a bheadh ag an gceist sin sa scrúdú foriomlán bliain áirithe ar bith. Bíonn sé de fhreagracht ar an bPríomhscrúdaitheoir bliain áirithe ar bith a dhéanamh amach cén tslí is fearr a chinnteoidh go measfar obair na n-iarrthóirí go cothrom agus go cruinn, agus go gcoimeádfar caighdeán comhleanúnach measúnachta ó bhliain go bliain. Dá réir sin, d'fhéadfadh gnéithe de struchtúr, de mhionsonraí agus de chur i bhfeidhm na scéime marcála in ábhar áirithe athrú ó bhliain go bliain gan rabhadh.

Treoirlínte Ginearálta

- 1.** Cuirtear trí chineál pionóis i bhfeidhm ar obair iarrthóirí mar a leanas:

Sciorrthaí - sciorrthaí uimhriúla (-1)

Botúin - earráidí matamaiticiúla (-3)

Miléamh - mura bhfuil sé tromchúiseach (-1)

Botún tromchúiseach nó ábhar ar lár nó míléamh as a leanann róshimpliú:
- tabhair an marc i leith iarrachta, agus an marc sin amháin.

Tugtar marcanna i leith iarrachta mar a leanas: (A₂)

- 2.** Sa scéim mharcála, taispeántar réiteach ceart amháin ar gach ceist.
In a lán cásanna, tá modhanna eile ann atá chomh bailí céanna.

3. Táthar ag súil go ndéanfaidh scrúdaitheoirí nótaí mínithe ar chodanna de na freagraí mar a ordáíodh ag an gcomhdháil. (Féach thíos.)

Siombail	Ainm	Úsáid
	Crosáil	Gné mhícheart
	Tic	Gné cheart (0 marc)
A2	Iarracht-2	2 marc
3	3	3 marc
4	4	4 marc
	Tick-5	Gné cheart (5 marc)
	Líne chorrach chothrománach	Le tabhairt faoi deara
	Líne chorrach cheartingearach	Leathanach breise

4. Tabharfar marcanna bónaís ag ráta 5% de na marcanna a ghnóthaítear d'iarrthóir a fhreagraíonn na ceisteanna go léir trí Ghaeilge agus a ghnóthaíonn 75% nó níos lú den mharc iomlán atá ar fáil (i.e. 187 marc nó níos lú). Agus an bónaís sin á ríomh, slánaítear síos, ní suas, deachúlacha i gcónaí – m.sh. athraítear 4.5 go 4; athraítear 4.9 go 4, srl. Féach thíos nuair a bhronntar níos mó ná 187 marc ar iarrthóir.

Marcanna Breise as ucht freagairt trí Ghaeilge

Léiríonn an tábla thíos an méid marcanna breise ba chóir a bhronnadh ar iarrthóirí a ghnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna.

N.B. Ba chóir marcanna de réir an ghnáthrata a bhronnadh ar iarrthóirí nach ngnóthaíonn níos mó ná 75% d'iomlán na marcanna don scrúdú. Ba chóir freisin an marc bónaís sin **a shlánú síos**.

Tábla 250 @ 5%

Bain úsáid as an tábla seo i gcás na n-ábhar a bhfuil 250 marc san iomlán ag gabháil leo agus inarb é 5% gnáthrata an bhónaís.

Bain úsáid as an ngnáthrata i gcás 187 marc agus faoina bhun sin. Os cionn an mharc sin, féach an tábla thíos.

Bunmharc	Marc Bónaís
188 - 190	9
191 - 196	8
197 - 203	7
204 - 210	6
211 - 216	5

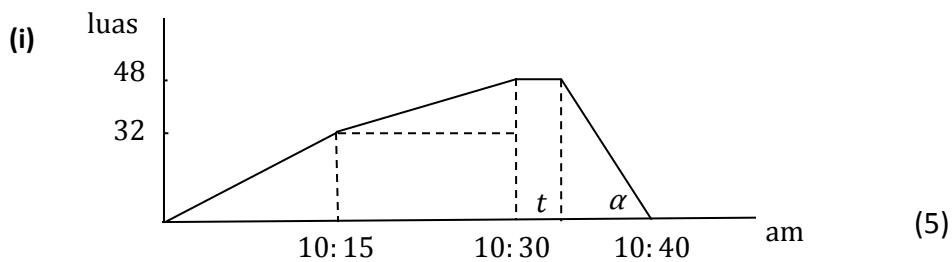
Bunmharc	Marc Bónaís
217 - 223	4
224 - 230	3
231 - 236	2
237 - 243	1
244 - 250	0

1. (a) Glacann sé 40 nóiméad ar thraein taisteal ó fhos i stáisiún A go dtí go mbíonn sí ar fos i stáisiún B. Is é 20 km an fad slí idir na stáisiúin. D'fhág an traein stáisiún A ag 10:00. Ag 10:15 ba é 32 km h⁻¹ luas na traenach agus ag 10:30 ba é 48 km h⁻¹ an luas.

Coinníodh an luas 48 km h⁻¹ go dtí gur teannadh na coscáin, rud ba shiocair le luasmhoilliú aonfhoirmeach a thug an traein chun fois ag B.

Le linn an chéad agus an dara eatramh 15-nóiméad bhí na luasghéaruithe tairiseach.

- (i) Tarraing graf luais agus ama den ghluaisne.
(ii) Faigh an t-am a ghlac sé don chéad 16 km.
(iii) Faigh luasmhoilliú na traenach.



(ii)
$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 32 + \frac{1}{4} \times 32 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 16 = 14 \quad (5)$$

$$14 + 48 \left(\frac{t_1}{60} \right) = 16$$

$$t_1 = 2.5 \text{ nóiméad}$$

$$\text{am} = 32.5 \text{ nóiméad} \quad (5)$$

(iii)
$$14 + 48 \left(\frac{t}{60} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{10-t}{60} \right) \times 48 = 20$$

$$\frac{4}{5}t + \frac{2}{5}(10-t) = 6$$

$$t = 5 \text{ nóiméad} \quad (5)$$

$$\text{luasmhoilliú} = \tan \alpha = 48 \div \frac{5}{60}$$

$$= 576 \text{ km h}^{-2} = \frac{2}{45} \text{ m s}^{-2} \quad (5) \quad (25)$$

1. (b) Caitear liathróid E in airde go ceartingearach ar luas 42 m s^{-1} .

T (< 8) soicind níos déanaí caitear liathróid eile, F , in airde go ceartingearach ón bpointe céanna ar an luas tosaigh céanna.

(i) Faigh cá bhfuil liathróid E tar éis 5 s agus an fad slí iomlán a thaistil sí san am seo.

(ii) Cruthaigh, nuair a imbhuaileann E le F , go mbeidh siad araon ag gluaiseacht ar luas $\frac{1}{2}gT$.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad s &= ut + \frac{1}{2}at^2 \\ s &= 42 \times 5 + \frac{1}{2} \times (-9.8) \times 5^2 \\ s &= 87.5 \text{ m} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} v^2 &= u^2 + 2as \\ 0 &= 42^2 + 2(-9.8)h \\ h &= 90 \text{ m} \\ d &= 90 + (90 - 87.5) = 92.5 \text{ m} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad v_E &= 42 - g(t_1) \\ v_F &= 42 - g(t_1 - T) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} -v_E &= v_F \\ -42 + gt_1 &= 42 - gt_1 + gT \end{aligned} \quad (5)$$

$$2gt_1 = 84 + gT$$

$$t_1 = \frac{84 + gT}{2g}$$

$$v_E = 42 - g\left(\frac{84 + gT}{2g}\right)$$

$$v_E = -\frac{1}{2}gT$$

$$|v_E| = |v_F| = \frac{1}{2}gT \quad (5) \quad (25)$$

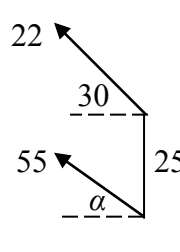
2. (a) Tá long ag gluaiseacht ag 22 km h^{-1} i dtreo siar 30° ó thuaidh. Cuireann bád chun siúil ó phointe atá 25 km ó dheas ón long chun an long a idircheapadh.

Is é 55 km h^{-1} luas an bháid.

Faigh

- (i) an treo inar chóir an bád a stiúradh
- (ii) an t-am, go dtí an nóiméad is gaire, a ghlacann sé ar an mbád an long a idircheapadh
- (iii) an fad slí idir an bád agus an long 10 nóiméad sula gcasann siad ar a chéile.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \vec{V}_{BS} &= \vec{V}_B - \vec{V}_S \\ \vec{V}_{BS} &= (-55 \cos \alpha \vec{i} + 55 \sin \alpha \vec{j}) - (-22 \cos 30 \vec{i} + 22 \sin 30 \vec{j}) \\ \vec{V}_{BS} &= (22 \cos 30 - 55 \cos \alpha) \vec{i} + (55 \sin \alpha - 22 \sin 30) \vec{j} \\ \vec{V}_{BS} &= 0 \vec{i} + b \vec{j} \end{aligned}$$



$$22 \cos 30 - 55 \cos \alpha = 0 \quad (5)$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{5} = 0.3464$$

$$\alpha = 69.73^\circ \quad (5)$$

siar 69.73° ó thuaidh

$$\text{(ii)} \quad b = 55 \sin \alpha - 22 \sin 30 = 40.594 \quad (5)$$

$$t = \frac{25}{b} = \frac{25}{40.594} = 0.62 \text{ h} = 37 \text{ nóiméad} \quad (5)$$

$$\text{(iii)} \quad d = 40.59 \times \frac{10}{60} = 6.8 \text{ km} \quad (5) \quad (25)$$

2. (b) Tá bean in ann snámh ag u m s⁻¹ in uisce ciúin. Is féidir léi fad slí d m a chlúdach in abhainn in aghaidh an tsrutha in am t_1 agus an fad céanna leis an sruth in am t_2 . Tá an sruth ag sreabhadh comhthreomhar leis na bruacha díreacha ag v m s⁻¹.

(i) Taispeáin go bhfuil $v = \frac{d(t_1 - t_2)}{2t_1 t_2}$.

Is é d m leithead na habhann agus $v < u$.

- (ii) Faigh, i dtéarmaí t_1 agus t_2 , an t-am a ghlacann sé ar an mbean an abhainn a thrasnú ar an gconaire is giorra.

(i) in aghaidh an tsrutha: $d = (u - v)t_1$ (5)

$$u - v = \frac{d}{t_1}$$

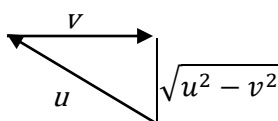
leis an sruth: $d = (u + v)t_2$ (5)

$$u + v = \frac{d}{t_2}$$

$$\Rightarrow 2v = \frac{d}{t_2} - \frac{d}{t_1}$$

$$v = \frac{d(t_1 - t_2)}{2t_1 t_2} \quad (5)$$

(ii)



$$\text{am} = \frac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}} \quad (5)$$

$$(u + v)(u - v) = \frac{d}{t_2} \frac{d}{t_1}$$

$$\sqrt{u^2 - v^2} = \frac{d}{\sqrt{t_1 t_2}}$$

$$\text{am} = \frac{d}{\sqrt{u^2 - v^2}} = \sqrt{t_1 t_2} \quad (5) \quad (25)$$

3. (a) Déantar cáithnín a theilgean amach chun farraige ó phointe P ar aill chun sprioc a bhualadh atá 60 m go cothrománach ó P agus 60 m go ceartingearach laistíos de P .

Is é $14\sqrt{3}$ m s⁻¹, ar uillinn α leis an gcothromán, treoluas an teilgin.

Faigh

(i) an dá luach fhéideartha ar α

(ii) amanna na heitilte.

$$(i) \quad 14\sqrt{3} \cos \alpha \times t = 60 \quad (5)$$

$$t = \frac{60}{14\sqrt{3} \cos \alpha}$$

$$14\sqrt{3} \sin \alpha \times t - \frac{1}{2}gt^2 = -60 \quad (5)$$

$$14\sqrt{3} \sin \alpha \times \left(\frac{60}{14\sqrt{3} \cos \alpha}\right) - \frac{1}{2}g\left(\frac{60}{14\sqrt{3} \cos \alpha}\right)^2 = -60 \quad (5)$$

$$60 \tan \alpha - \frac{1}{2}g \frac{3600}{588 \cos^2 \alpha} = -60$$

$$60 \tan \alpha - 30(1 + \tan^2 \alpha) = -60$$

$$\tan^2 \alpha - 2 \tan \alpha - 1 = 0$$

$$\tan \alpha = 1 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha = -22.5^\circ \text{ nó } 67.5^\circ \quad (5)$$

$$(ii) \quad t_1 = \frac{60}{14\sqrt{3} \cos 67.5} = 6.47 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{60}{14\sqrt{3} \cos(-22.5)} = 2.68 \text{ s} \quad (5) \quad (25)$$

3. (b) Déantar cáithnín a theilgean suas plána ar luas u m s⁻¹ ag uillinn β leis an bplána. Tá an plána claonta ar uillinn 30° leis an gcothromán.
Tá plána an teilgin ceartingearach agus cuimsíonn sé an líne is mó fána.
Faigh an raon is mó suas an plána i dtéarmaí u .

$$r_j = 0 \quad (5)$$

$$u \sin \beta \times t - \frac{1}{2} g \cos 30 \times t^2 = 0 \quad (5)$$

$$t = \frac{2u \sin \beta}{g \cos 30} = \frac{4u \sin \beta}{g\sqrt{3}}$$

$$R = u \cos \beta \times t - \frac{1}{2} g \sin 30 \times t^2 \quad (5)$$

$$= u \cos \beta \times \frac{4u \sin \beta}{g\sqrt{3}} - \frac{1}{2} g \sin 30 \times \left(\frac{4u \sin \beta}{g\sqrt{3}} \right)^2 \quad (5)$$

$$= \frac{2u^2}{g\sqrt{3}} \times \sin 2\beta - \frac{4u^2}{3g} \times \sin^2 \beta$$

$$\frac{dR}{d\beta} = \frac{4u^2}{g\sqrt{3}} \times \cos 2\beta - \frac{8u^2}{3g} \times \sin \beta \times \cos \beta$$

$$\frac{dR}{d\beta} = \frac{4u^2}{g\sqrt{3}} \times \cos 2\beta - \frac{4u^2}{3g} \times \sin 2\beta$$

$$\frac{dR}{d\beta} = 0 \quad \Rightarrow \quad \tan 2\beta = \sqrt{3}$$

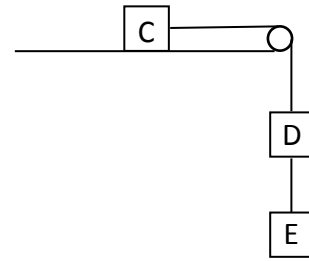
$$\beta = 30^\circ$$

$$R = \frac{2u^2}{g\sqrt{3}} \times \sin 60 - \frac{4u^2}{3g} \times \sin^2 30$$

$$R = \frac{u^2}{g} - \frac{u^2}{3g} = \frac{2u^2}{3g} \quad (5) \quad (25)$$

4. (a) Tá bloc C, ar mais dó $6m$, ina luí ar bhord garbh cothrománach.

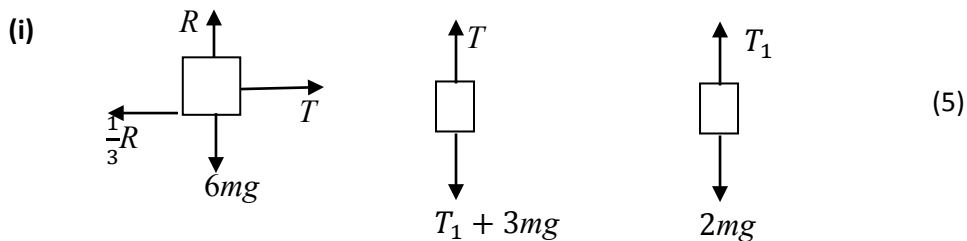
Tá sé ceangailte le téad éadrom dhoshínte a ghabhann thar ulóg mhín fhosaithe ar chiumhais an bhoird le bloc D, ar mais dó $3m$. Tá D ceangailte le téad éadrom dhoshínte eile le bloc E, ar mais dó $2m$, mar a thaispeántar sa léaráid.



Is é comhéifeacht na frithchuimilte idir C agus an bord ná $\frac{1}{3}$.

Ligtear an córas saor ó fhos.

- (i) Taispeáin, ar léaráidí ar leith, na fórsaí a ghníomhaíonn ar gach bloc.
- (ii) Faigh luasghéarú C.
- (iii) Faigh an teannas i ngach téad.



(ii) $T - 2mg = 6ma$ (5)

$$T_1 + 3mg - T = 3ma \quad (5)$$

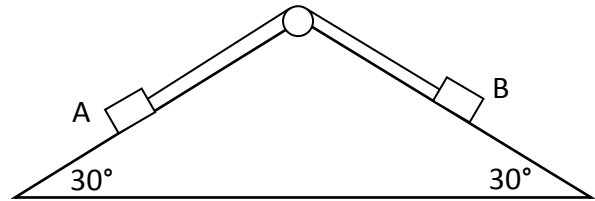
$$2mg - T_1 = 2ma \quad (5)$$

$$a = \frac{3g}{11} \quad (5)$$

(iii) $T = 2mg + 6m \times \frac{3g}{11} \Rightarrow T = \frac{40}{11}mg$

$$T_1 = 2mg - 2m \times \frac{3g}{11} \Rightarrow T_1 = \frac{16}{11}mg \quad (5) \quad (30)$$

4. (b) Tá cáithníní A agus B, ar maiseanna dóibh m agus $2m$, ceangailte le téad éadrom dhoshínte a ghabhann thar ulóg ar bharr dinge, cáithnín amháin ina luí ar gach ceann de na haghaidheanna atá mín.

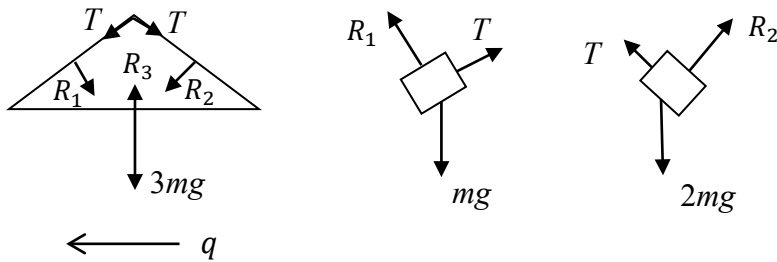


Déanann gach ceann d'aghaidheanna claonta na dinge uillinn 30° leis an gcothromán.

Tá an ding, ar mais di $3m$, ina luí ar bhord mín cothrománach.

Ligtear an córas saor ó fhos.

Faigh luasghéarú na dinge.



$$3m \quad R_2 \sin 30 - R_1 \sin 30 = 3mq \quad (5)$$

$$\Rightarrow R_2 - R_1 = 6mq$$

$$m \quad R_1 - mg \cos 30 = mq \sin 30 \quad (5)$$

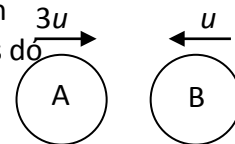
$$2m \quad 2mg \cos 30 - R_2 = 2mq \sin 30 \quad (5)$$

$$mg \cos 30 + R_1 - R_2 = 3mq \sin 30$$

$$mg \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 6mq = 3mq \times \frac{1}{2}$$

$$q = \frac{g\sqrt{3}}{15} \quad (5) \quad (20)$$

5. (a) Sféar mín A, ar mais dó $2m$, atá ag gabháil ar luas $3u$ ar bhord mín cothrománach, imbhuaileann sé go díreach le sféar mín B, ar mais dó m , atá ag gluaiseacht ar luas u sa treo urchomhaireach.



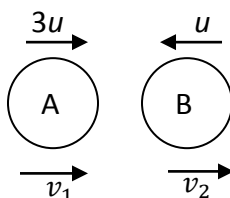
Is é comhéifeacht an chúitimh idir A agus B ná e .

Faigh, i dtéarmaí u agus e ,

- (i) luas gach sféir i ndiaidh an imbhualte
(ii) méid na ríge a dháiltear ar B de bharr an imbhualte.

Is é an caillteanas fuinnimh chinéitigh de bharr an imbhualte ná $km u^2(1 - e^2)$.

- (iii) Faigh luach k .



(i) PCM $2m(3u) + m(-u) = 2mv_1 + mv_2$ (5)

NEL $v_1 - v_2 = -e(3u - (-u))$ (5)

$$2v_1 + v_2 = 5u$$

$$v_1 - v_2 = -4eu$$

$$v_1 = \frac{u(5-4e)}{3} \quad v_2 = \frac{u(5+8e)}{3} \quad (5), (5)$$

(ii)
$$I = \left| m \frac{u(5+8e)}{3} - m(-u) \right|$$

$$= \frac{8mu}{3}(1 + e)$$
 (5)

(iii) $KE_B = \frac{1}{2}(2m)(3u)^2 + \frac{1}{2}(m)(-u)^2 = \frac{19}{2}mu^2$

$$KE_A = \frac{1}{2}(2m)(v_1)^2 + \frac{1}{2}(m)(v_2)^2$$

$$= \frac{1}{9}mu^2 \left\{ (25 - 40e + 16e^2) + \frac{1}{2}(25 + 80e + 64e^2) \right\}$$

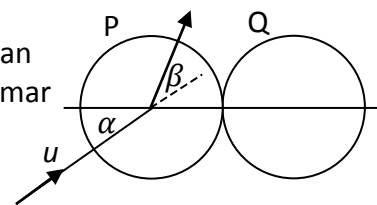
$$= \frac{1}{9}mu^2 \{37.5 + 48e^2\}$$

$$KE_L = \frac{19}{2}mu^2 - \frac{1}{9}mu^2 \{37.5 + 48e^2\}$$

$$= \frac{16}{3}mu^2(1 - e^2)$$

$$\Rightarrow k = \frac{16}{3} \quad (5) \quad (30)$$

5. (b) Tá mais m agus luas u ag sféar mín P. Imbhuaileann sé go sceabhach le sféar mín Q, ar mais dó m , atá ar fos. Roimh an imbhualadh, déanann treo P uillinn α le líne na lárphointí, mar a thaispeántar sa léaráid.



Is é comhéifeacht an chúitimh idir na sféir ná $\frac{1}{3}$.

Le linn an tuinsimh castar treo gluaisne P trí uillinn β .

Taispeáin go bhfuil $\tan \beta = \frac{2 \tan \alpha}{1 + 3 \tan^2 \alpha}$.

P	m	$u \cos \alpha \vec{i} + u \sin \alpha \vec{j}$	$v_1 \vec{i} + u \sin \alpha \vec{j}$
Q	m	$0 \vec{i} + 0 \vec{j}$	$v_2 \vec{i} + 0 \vec{j}$

$$\text{PCM} \quad mu \cos \alpha + m(0) = mv_1 + mv_2 \quad (5)$$

$$\text{NEL} \quad v_1 - v_2 = -\frac{1}{3}u \cos \alpha \quad (5)$$

$$v_1 + v_2 = u \cos \alpha$$

$$v_1 - v_2 = -\frac{1}{3}u \cos \alpha$$

$$v_1 = \frac{1}{3}u \cos \alpha \quad (5)$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{u \sin \alpha}{v_1} = 3 \tan \alpha$$

$$\frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = 3 \tan \alpha$$

$$\tan \alpha + \tan \beta = 3 \tan \alpha - 3 \tan^2 \alpha \tan \beta$$

$$\tan \beta = \frac{2 \tan \alpha}{1 + 3 \tan^2 \alpha} \quad (5) \quad (20)$$

6. (a) Tá cáithnín ag gabháil feadh líne dhíreach faoi ghluaisne shimplí armónach thart ar phointe O mar lár. Is é x a dhíláitriú ó O ag am ar bith t .

Ag am $t = 0$, gabhann an cáithnín trí phointe H atá fad slí 3 cm ó O , agus é ag imeacht ó O . Gabhann an cáithnín trí H arís ag am $t = 4$ s, agus é ag gluaiseacht i dtreo O , agus gabhann sé trí H don tríú huair tar éis 12 s eile.

(i) Faigh peiriad na gluaisne.

(ii) Taispeáin go sásaíonn $x = A \sin(\omega t + \varepsilon)$, áit ar tairisigh iad A , ω agus ε , an chothromóid dhifreálach

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x.$$

(iii) Faigh luachanna A , ω agus ε don cháithnín.

$$(i) \quad \text{Peiriad} = 4 + 12 = 16 \text{ s} \quad (5)$$

$$(ii) \quad \begin{aligned} x &= A \sin(\omega t + \varepsilon) \\ \dot{x} &= A\omega \cos(\omega t + \varepsilon) \\ \ddot{x} &= -A\omega^2 \sin(\omega t + \varepsilon) = -\omega^2 x \end{aligned} \quad (5)$$

$$(iii) \quad \begin{aligned} \frac{2\pi}{\omega} &= 16 \\ \omega &= \frac{\pi}{8} \end{aligned} \quad (5)$$

$$t = 0 \Rightarrow 3 = A \sin \varepsilon$$

$$t = 4 \Rightarrow 3 = A \sin\left(\frac{\pi}{8} \times 4 + \varepsilon\right) = A \cos \varepsilon$$

$$\tan \varepsilon = 1$$

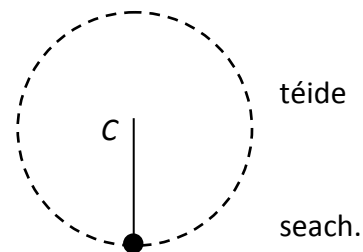
$$\varepsilon = \frac{\pi}{4} \quad (5)$$

$$3 = A \sin \frac{\pi}{4}$$

$$A = 3\sqrt{2} \quad (5) \quad (25)$$

6. (b) Tá cáithnín ceangailte d'fhoirceann amháin de théad dhoshínte éadrom ar fad di 0.5 m. Tá foirceann eile na ceangailte de phointe seasta C. Gluaiseann an cáithnín i gciorcal ceartingearach.

Is iad $3T$ agus T na teannais is mó agus is lú sa téad, faoi Faigh luas an cháithnín ag an bpointe is ísle.



$$T + mg = \frac{mv^2}{0.5} \quad (5)$$

$$3T - mg = \frac{mu^2}{0.5} \quad (5)$$

$$3T + 3mg = \frac{3mv^2}{0.5}$$

$$-3T + mg = -\frac{mu^2}{0.5}$$

$$4mg = \frac{3mv^2 - mu^2}{0.5}$$

$$v^2 = \frac{u^2 + 2g}{3} \quad (5)$$

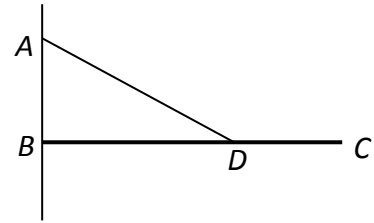
$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg \times 1 \quad (5)$$

$$u^2 = v^2 + 2g$$

$$u^2 = \frac{u^2 + 2g}{3} + 2g$$

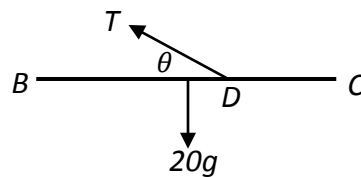
$$u = 2\sqrt{g} = 6.26 \text{ m s}^{-1} \quad (5) \quad (25)$$

7. (a) Tá mais 20 kg ag slat aonfhoirmeach BC , ar fad di 3 m. Tá an foirceann B , a bhfuil an tslat saor le casadh thart air, ceangailte de bhalla ceartingearach. Coinnítear an tslat i suíomh cothrománach le rópa atá ceangailte de phointe D ar an tslat agus de phointe A ar an mballa go ceartingearach lastuas de B , mar a thaispeántar sa léaráid.



$|AB| = h$ m agus $|BD| = 2$ m.

- (i) Cruthaigh gurb é an teannas sa rópa ná $\frac{147\sqrt{h^2+4}}{h}$.
(ii) Murar féidir leis an teannas sa rópa 245 N a shárú, taispeáin go bhfuil $h \geq 1.5$.



- (i) $\curvearrowright B$

$$T \sin \theta \times 2 = 20g \times 1.5 \quad (5)$$

$$\sin \theta = \frac{h}{\sqrt{h^2+4}} \quad (5)$$

$$T \times \frac{h}{\sqrt{h^2+4}} \times 2 = 20g \times 1.5$$

$$T = \frac{147\sqrt{h^2+4}}{h} \quad (5)$$

- (ii) $T \leq 245$

$$\frac{147\sqrt{h^2+4}}{h} \leq 245 \quad (5)$$

$$\sqrt{h^2+4} \leq \frac{5}{3}h$$

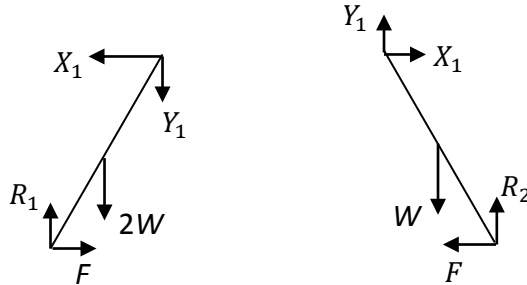
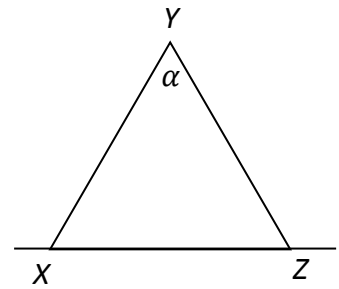
$$16h^2 \geq 36$$

$$h \geq 1.5 \quad (5) \quad (25)$$

7. (b) Tá dhá shlat aonfhoirmeacha, XY agus YZ , atá ar comhfhad agus ar meáchan dóibh $2W$ agus W faoi seach, ar inse go mín le chéile ag Y .

Tá na slata ar fos i bplána ceartingearach agus a bhfoircinn X agus Z ar phlána garbh cothrománach. $|\angle XYZ| = \alpha$.

Más ionann comhéifeacht na frithchuimilte agus $\frac{\sqrt{3}}{5}$, faigh uasluach α sa chaoi go bhfanann na slata ar fos.



$XYZ \quad \cup \quad X$

$$R_2 \times 2l \sin \frac{1}{2} \alpha = 2W \times \frac{1}{2} l \sin \frac{1}{2} \alpha + W \times \frac{3}{2} l \sin \frac{1}{2} \alpha \quad (5), (5)$$

$$R_2 = \frac{5W}{4} \quad (5)$$

$$R_1 + R_2 = 3W$$

$$R_1 = \frac{7W}{4}$$

$$R_2 < R_1$$

$YZ \quad \cup \quad Y$

$$R_2 \times l \sin \frac{1}{2} \alpha = F \times l \cos \frac{1}{2} \alpha + W \times \frac{1}{2} l \sin \frac{1}{2} \alpha \quad (5)$$

$$F = \frac{3}{4} W \times \tan \frac{1}{2} \alpha$$

$$\mu R_2 = \frac{3}{4} W \times \tan \frac{1}{2} \alpha$$

$$\frac{\sqrt{3}}{5} \times \frac{5}{4} W = \frac{3}{4} W \times \tan \frac{1}{2} \alpha$$

$$\tan \frac{1}{2} \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 60^\circ \quad (5) \quad (25)$$

8. (a) Cruthaigh gurb é $\frac{1}{2}mr^2$ móimint na táimhe ag diosca aonfhoirmeach, ar mais dó m agus ar ga dó r , thart ar ais trína lár atá ceartingearach lena phlána.

Bíodh M = mais in aghaidh an aonaid achair

$$\text{mais na heiliminte} = M\{2\pi x dx\}$$

$$\text{móimint táimhe na heiliminte} = M\{2\pi x dx\} x^2 \quad (5)$$

$$\text{móimint táimhe an diosca} = 2\pi M \int_0^r x^3 dx \quad (5)$$

$$= 2\pi M \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^r \quad (5)$$

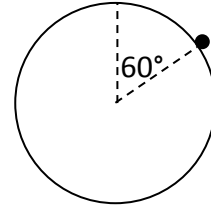
$$= \frac{1}{2}\pi M r^4$$

$$= \frac{1}{2}mr^2 \quad (5) \quad (20)$$

8. (b) Tá diosca aonfhoirmeach, ar mais dó $4m$ agus ar ga dó 20 cm , saor le casadh thart ar ais chothrománach trína lár atá ceartingearach lena phlána.

Tá cáithnín, ar mais dó m , ceangailte de chiumhais an diosca.

Tosaíonn gluaisne ón suíomh ina ndéanann an ga go dtí an cáithnín uillinn 60° leis an gceartingear in airde.



- (i) Faigh treoluas uilleach an diosca nuair atá an cáithnín ag a phointe is ísle.
(ii) Faigh díláithriú uilleach an cháithnín nuair is ionann treoluas uilleach an diosca agus 5 rad s^{-1} don chéad uair.

$$(i) \quad I = \frac{1}{2}(4m)\left(\frac{1}{25}\right) + m\left(\frac{1}{25}\right) = \frac{3}{25}m \quad (5), (5)$$

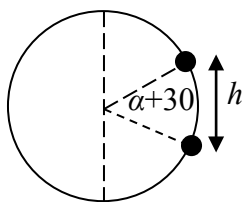
$$h = 0.2 + 0.2 \cos 60 = 0.3 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{3}{25}m\right)\omega^2 = mg(0.3) \quad (5)$$

$$\omega = 7\text{ rad s}^{-1} \quad (5)$$

$$(ii) \quad \frac{1}{2}\left(\frac{3}{25}m\right)\omega^2 = mgh$$



$$\frac{3}{50}m \times 25 = mgh$$

$$h = \frac{3}{19.6} = \frac{15}{98}\text{ m} = 15.31\text{ cm}$$

$$\sin \alpha = \frac{15.31-10}{20} \Rightarrow \alpha = 15.4^\circ$$

$$\alpha + 30 = 45.4^\circ \quad (5) \quad (30)$$

9. (a) Nuair a chuirtear i leacht A é, snámhann sorcóir soladach aonfhoirmeach go hingearach agus $\frac{2}{3}$ dá thoirt tumtha sa leacht.

Nuair a chuirtear i leacht B é, snámhann an sorcóir soladach aonfhoirmeach go hingearach agus $\frac{4}{5}$ dá thoirt tumtha sa leacht.

Cén codán de thoirt an tsorcóra atá tumtha má shnámhann an sorcóir go hingearach i meascán aonfhoirmeach de thoirteanna cothroma de leacht A agus leacht B?

$$B = W$$

$$\begin{aligned}\frac{\frac{2}{3}WS_A}{S_O} &= W \\ S_A &= \frac{3}{2}S_O\end{aligned}\quad (5)$$

$$\begin{aligned}\frac{\frac{4}{5}WS_B}{S_O} &= W \\ S_B &= \frac{5}{4}S_O\end{aligned}\quad (5)$$

$$\frac{kWS_M}{S_O} = W \quad (5)$$

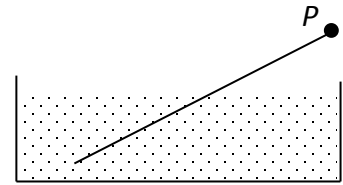
$$S_M = \frac{S_A + S_B}{2} \quad (5)$$

$$\frac{k}{2} \left(\frac{3}{2}S_O + \frac{5}{4}S_O \right) = S_O$$

$$k = \frac{8}{11} \quad (5) \quad (25)$$

9. (b) Tá slat aonfhoirmeach, ar fad di ℓ agus ar meáchan di W , ar inse go saor ag an bpointe P .

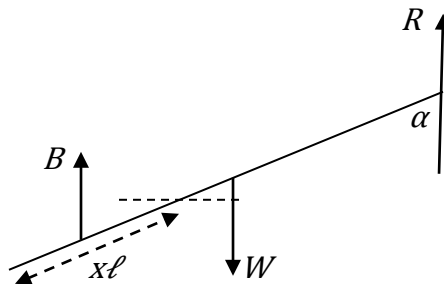
Tá an tslat saor chun gluaiseacht thart ar ais chothrománach trí P . Tá foirceann eile na slaite tumtha i leacht ar dlús dó ρ . Is é dlús na slaite ná $s\rho$ ($s < 1$).



Tá an tslat i gcothromaíocht agus í claonta mar a thaispeántar sa léaráid. Is é fad na coda tumtha den tslat ná $x\ell$.

- (i) Faigh x i dtéarmaí s .

- (ii) Más é $\frac{1}{6}W$ in airde an frithghníomh ag an inse, faigh luach s .



$$(i) \quad B = \frac{xW\rho}{x\rho} = \frac{xW}{s} \quad (5)$$

$$B \left\{ \ell - \frac{1}{2}x\ell \right\} \sin \alpha = W \frac{1}{2} \ell \sin \alpha \quad (5)$$

$$\frac{xW}{s} \left\{ \ell - \frac{1}{2}x\ell \right\} \sin \alpha = W \frac{1}{2} \ell \sin \alpha$$

$$x \left\{ 1 - \frac{1}{2}x \right\} = \frac{1}{2}s$$

$$x^2 - 2x + s = 0$$

$$x = 1 \pm \sqrt{1-s}$$

$$x < 1 \quad \Rightarrow \quad x = 1 - \sqrt{1-s} \quad (5)$$

$$(ii) \quad R + B = W \quad (5)$$

$$\frac{1}{6}W + \frac{x}{s}W = W$$

$$x = \frac{5}{6}s \quad \Rightarrow \quad 1 - \sqrt{1-s} = \frac{5}{6}s$$

$$s = \frac{24}{25} \quad (5) \quad (25)$$

10. (a) Gluaiseann cáithnín i líne chothrománach sa chaoi go dtugtar a luas v ag am t de réir na cothromóide difreála

$$\frac{dv}{dt} = 5 - 8e^{-t}.$$

- (i) Glac leis go bhfuil $v = 2$ nuair a bhíonn $t = 0$, agus faigh slonn le haghaidh v i dtéarmaí t .
(ii) Faigh íosluach v .
(iii) Faigh an fad slí a ghluaiseann an cáithnín sula mbaineann sé a íosluas amach.

(i) $\frac{dv}{dt} = 5 - 8e^{-t}$

$$\int dv = \int (5 - 8e^{-t}) dt \quad (5)$$

$$[v]_2^v = [5t + 8e^{-t}]_0^t \quad (5)$$

$$v - 2 = (5t + 8e^{-t}) - 8$$

$$v = 5t + 8e^{-t} - 6 \quad (5)$$

(ii) $\frac{dv}{dt} = 0$

$$5 - 8e^{-t} = 0$$

$$t = \ln \frac{8}{5} = 0.47$$

$$v_{\min} = 5 \times 0.47 + 5 - 6 = 1.35 \quad (5)$$

(iii) $\frac{ds}{dt} = 5t + 8e^{-t} - 6$

$$[s]_0^s = \left[\frac{5}{2}t^2 - 8e^{-t} - 6t \right]_0^{0.47}$$

$$s = \left(\frac{5}{2}(0.47)^2 - 8e^{-0.47} - 6(0.47) \right) - (-8)$$

$$s = 0.73 \quad (5)$$

$$(25)$$

- 10. (b)** Tá ráta meatha substainte radaighníomhaí ag meandar ar bith i gcóimheas leis an méid den tsubstaint a bhíonn fágtha ag an meandar sin. Is é N méid tosaigh na substainte radaighníomhaí agus is é x an méid a bhíonn fágtha tar éis am t (uair an chloig).
- (i) Cruthaigh go bhfuil $x = Ne^{-kt}$, áit ar tairiseach é k .
- (ii) Dá laghdófaí an méid tosaigh N go dtí $\frac{N}{3}$ i 14 uair an chloig, faigh luach k .
- (iii) Má laghdaítear an méid a bhíonn fágtha ó $\frac{N}{3}$ go dtí $\frac{N}{4}$ i t uair an chloig, faigh luach t .

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \frac{dN}{dt} &= -kN \\ \int \frac{dN}{N} &= -k \int dt \\ [\ln N]_N^x &= -k[t]_0^t \\ \ln \frac{x}{N} &= -kt \\ x &= Ne^{-kt} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad [\ln N]_N^{\frac{1}{3}N} &= -k[t]_0^{14} \\ \ln \frac{1}{3} &= -14k \\ k &= 0.0785 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{(iii)} \quad [\ln N]_{\frac{1}{3}N}^{\frac{1}{4}N} &= -0.0785[t]_0^t \\ \ln \frac{3}{4} &= -0.0785t \\ t &= 3.7 \end{aligned} \quad (5) \quad (25)$$

